

**Hiver 2025**

## **MAT 6470 et 6473: CALCUL SCIENTIFIQUE**

Professeur: Robert G. Owens

lundi 8h30-10h30 et mercredi 8h30-10h30, 5183 Pav. André-Aisenstadt

- Description du cours
- Syllabus
- Références
- Ressources informatiques
- Évaluation
- Calendrier

### **Contact**

Robert G. Owens

- bureau : 4155 pav. André-Aisenstadt
- téléphone: 514 343-2315
- disponibilité: mercredi de 11h00 à 12h30
- courriel: rg.owens@umontreal.ca

---

## **Description du cours**

---

Il s'agit du premier cours au niveau gradué en analyse numérique. Ce cours s'adresse à trois grandes catégories d'étudiants:

- **MAT 6473 : aux étudiants gradués en mathématiques, en particulier, ceux qui se destinent à une spécialisation en maths. appliquées-calcul scientifique:** le calcul scientifique est un domaine avec un grand potentiel d'impact immédiat des mathématiciens dans les autres disciplines scientifiques, cela à la condition d'avoir développé un minimum d'habiletés techniques et pratiques lors de l'application de l'analyse numérique.

**IMPORTANT** : On supposera que l'étudiant(e) ait une connaissance de la matière du cours MAT 2412 (Analyse Numérique I).

- **MAT 6470 : aux étudiants gradués dans d'autres disciplines scientifiques et qui utiliseront le calcul scientifique comme outil de travail:** ce cours passe en revue les aspects mathématiques et algorithmiques essentiels pour permettre l'utilisation rigoureuse du calcul scientifique dans une variété de problèmes appliqués. Ceci inclut notamment les étudiants en finance mathématique et computationnelle - plusieurs exemples et projets toucheront à l'application du calcul scientifique à ce sujet.

**IMPORTANT :** On supposera que l'étudiant(e) ait une connaissance de la matière du cours MAT 2412 (Analyse Numérique I).

- **MAT 6470 : aux étudiants de 3ème année du bacc. en mathématiques** ayant déjà suivi le cours MAT 2412. Le cours MAT 6470 se substitue au cours MAT 3415.

**IMPORTANT :** De tels étudiants doivent obtenir la permission de Robert Owens pour s'inscrire à ce cours gradué.

**En résumé, les objectifs du cours sont:**

- de développer des compétences de base en analyse numérique (convergence des algorithmes, analyse de l'erreur, formulation correcte des problèmes sous forme mathématique).
- de pratiquer la mise en oeuvre de ces compétences en exploitant de façon optimale toutes les ressources disponibles (programmation efficace, utilisation intelligente de logiciels, visualisation des résultats etc.)

Au terme de ce cours, l'étudiant sera capable d'utiliser l'analyse numérique à des fins de recherche scientifique, selon les normes en vigueur dans la communauté du calcul scientifique.

---

## Syllabus

---

Nous suivrons le livre de référence de Golub-Ortega. Voici les grandes lignes du syllabus, regroupés selon les thèmes mais pas nécessairement par ordre chronologique: tous les détails en ce qui concerne les lectures et projets hebdomadaires sont mis à jour régulièrement dans la section calendrier.

---

1. Introduction au calcul scientifique et concepts de base
  - sources des erreurs
  - arithmétique en virgule flottante
2. Problèmes à valeur initiale

- méthodes à un pas
  - méthodes à pas multiples
  - stabilité, instabilité, problèmes raides.
3. Problèmes avec valeurs aux frontières
- méthode de différences finies pour problèmes linéaires
  - solution du système linéaire
4. Solution de systèmes linéaires
- moindres carrés
  - conditionnement, analyse des erreurs
  - factorisations de Cholesky et QR
  - transformation de Householder
  - méthode de Givens
5. Systèmes d'équations non-linéaires
- Itérations de Picard
  - Méthode de Newton
  - Méthode quasi-Newton
6. Valeurs propres
- méthode de QR,
  - méthode de Householder
  - méthode de la puissance,
  - méthode d'Arnoldi, méthode de Lanczos
7. Équations aux dérivées partielles
- méthodes explicites et stabilité
  - méthodes implicites
  - problèmes multi-dimensionnels
8. Méthodes itératives
- méthode du gradient conjugué
  - préconditionnement
9. Application à la solution numérique des équations de Black-Scholes
- En plus, pour les étudiant-e-s de MAT 6473 on ajoute
10. Optimisation sans contraintes
- méthodes de descente (Newton, du gradient, du gradient conjugué)

- recherche linéaire

## 11. Décomposition en valeurs singulières (SVD)

- quelques propriétés de la SVD
- SVD et les valeurs propres d'une matrice A

---

## Références

---

### **Livres de référence principaux (disponibles en réserve à la bibliothèque de math/info):**

- Scientific Computing and Differential Equations. An Introduction to Numerical Methods - G. Golub et J. Ortega (QA 371 O786 1992)
- [Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems](#) – R. J. LeVeque (QA 431 L48 2007).

(Version en ligne : accès réservé UdeM)

- [Numerical Linear Algebra](#) – L. N. Trefethen et D. Bau III (QA 184 T74 1997)
- [The Mathematics of Financial Derivatives](#) - P. Wilmott, S. Howison et J. Dewynne (HG 6024 A3 W554 1996).

(Version en ligne: accès réservé UdeM)

### **Autres livres de référence utiles:**

- Numerical Analysis – R. L. Burden et J. D. Faires. (QA 297 B87 2011)
- [Accuracy and Stability of Numerical Algorithms](#) – N. J. Higham
- [Scientific Computing. An Introductory Survey](#) – M. T. Heath (Q 183.9 H43 2002)

(Versions en ligne: accès réservé UdeM)

## **MATLAB**

- Livre: [MATLAB Guide](#) par D. J. Higham et N. J. Higham. (En ligne : accès réservé UdeM)
- ["Tutorial" en ligne](#)

---

## Ressources informatiques

---

Le site <http://www.dms.umontreal.ca/wiki/index.php/Accueil> est très utile: il contient beaucoup de la documentation dont vous pourriez avoir besoin, consultez le souvent.

La personne-ressource pour ce cours en ce qui concerne l'informatique est le co-administrateur en math dont l'adresse de courrier électronique est [support@dms.umontreal.ca](mailto:support@dms.umontreal.ca).

[MATLAB](#) est le logiciel privilégié dans ce cours.

- Vous trouverez un « primer » sur MATLAB [ici](#).

---

## Évaluation

---

L'évaluation sera basée sur les éléments suivants:

- **MAT 6470 : (60%) rapports sur les projets.** Il y aura **6** rapports hebdomadaires (ou bi-hebdomadaires, voir calendrier). Le travail se fait par groupe de deux personnes au maximum ou bien individuellement. Un seul rapport par groupe, sous forme électronique de préférence.
- **MAT 6473 : (70%) rapports sur les projets.** Il y aura **7** rapports hebdomadaires (ou bi-hebdomadaires, voir calendrier). 6 des rapports seront les mêmes que pour MAT 6470 et le 7e sera basé sur les chapitres 6 ou 8 des notes de cours et pourrait être fait à n'importe quel moment pendant le trimestre. Le travail pour les TPs 1 à 6 se fait par groupe de deux personnes au maximum ou bien individuellement. **Cependant, le travail pour le TP7 doit être fait individuellement.** Un seul rapport par groupe, sous forme électronique de préférence.
- **MAT 6470 : (40%) examen final** - il s'agira d'un examen d'une durée de deux heures sur les concepts de base qui comprendra des questions tirées des (11) listes proposées chaque semaine.
- **MAT 6473 : (30%) examen final** - il s'agira d'un examen d'une durée de trois heures sur les concepts de base qui comprendra des questions tirées des (11+2=13) listes proposées chaque semaine.

Vous êtes libres de travailler seul(e) ou en groupe pour préparer les réponses à ces questions avant l'examen (l'examen cependant est individuel, à livre fermé); vous êtes les bienvenu(e)s de venir discuter avec moi de ces questions pendant tout le semestre.

- La date de l'examen sera déterminée ultérieurement.

---

## Calendrier

---

Dates	Théorie	Description	Énoncé projet	Remise projet	Questions
8/1 et 13/1	<b>GO 1, 2.1</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Introduction, virgule flottante</li><li>• L'arrondi en base beta</li></ul>	<i>cours 1</i> <i>cours 1b</i>			<i>liste 1</i>

15/1 et 20/1	<b>GO 1, 2.1-2.2</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• edo valeur initiale</li> </ul>	<i>cours 2</i> <i>cours 2b</i>	TP1 17/1		<i>liste 2</i>
22/1 et 27/1	<b>GO 2.3 - 2.4</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analyse de l'erreur de troncature pour Adams-Moulton, ordre 4</li> <li>• Conditions nécessaires et suffisantes pour consistance d'une méthode multi-pas linéaire</li> <li>• Théorème d'équivalence de Lax-Richtmeyer</li> </ul>	<i>cours 3</i> <i>cours 3b</i>	TP2 24/1	TP1 24/1	<i>liste 3</i>
29/1 et 3/2	<b>GO 2.5, 3.1</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fin edo valeur initiale + edo valeurs aux bords</li> <li>• Problèmes aux limites et la méthode de tir</li> <li>• Problèmes aux limites</li> </ul>	<i>cours 4</i> <i>cours 4b</i>			<i>liste 4</i>
5/2 et 10/2	<b>GO 4.1 – 4.3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriétés des normes matricielles, conditionnement</li> <li>• Analyse des erreurs</li> <li>• Factorisations de Cholesky et QR</li> </ul>	<i>cours 5</i> <i>cours 5b</i>	TP3 7/2	TP2 7/2	<i>liste 5</i>
12/2 et 17/2	<b>GO 4.4 - 4.5</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factorisation QR (suite)</li> <li>• Deux algorithmes QR</li> <li>• Transformation de Householder</li> <li>• Méthode de Givens</li> </ul>	<i>cours 6</i> <i>cours 6b</i>			<i>liste 6</i>
19/2 et 24/2	<b>GO 5</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problèmes non-linéaires</li> </ul>	<i>cours 7</i> <i>cours 7b</i>	TP4 21/2	TP3 21/2	
26/2 - 10/3	<b>GO 7</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Valeurs propres</li> <li>• Méthode de QR</li> <li>• Méthode de Householder</li> </ul>	<i>cours 8</i> <i>cours 8b</i>			<i>liste 7</i>
	<b>Semaine de relâche 2 à 9 mars 2025</b>				
12/3 et 17/3	<b>GO 7</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Méthode de la puissance</li> <li>• Méthode d'Arnoldi</li> <li>• Méthode de Lanczos</li> </ul>	<i>cours 9</i> <i>cours 9b</i>	TP5 14/3	TP4 14/3	<i>liste 8</i>
19/3 et 24/3	<b>GO 9.1-9.3</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quelques propriétés de la méthode du gradient conjugué</li> </ul>	<i>cours 10</i> <i>cours 10b</i>			<i>liste 9</i>

26/3 et 31/3	<b>GO 9.1 - 9.2 et 8.1 - 8.4</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Équations aux dérivées partielles (EDP)</li> </ul>	<i>cours 11</i>	TP6 28/3	TP5 28/3	<i>liste 10</i>
2/4 et 7/4	<b>GO 8, 9</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Suite EDP</li> </ul>	<i>cours12</i> <i>cours12b</i>			<i>liste 11</i>
9/4 et 14/4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Solution numérique Black-Scholes</li> </ul>	<i>cours 13</i> <i>cours 13b</i>		TP6 11/4	